

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Profil real, specializarea științele naturii

BAREM DE CORECTARE - CLASA A X A

1.

a) Cu notația $2^x = t$, obținem că $(t-1)(t-2)(t+3) = 0$, prin urmare $t = 1$ sau $t = 2$ sau $t = -3$.

Însă $t > 0$ și rămâne că $2^x = 1$ sau $2^x = 2$, prin urmare $x \in \{0, 1\}$ 3p

b) Impunem $x > 0$. Ca mai sus, găsim $\lg x = 1$ sau $\lg x = 2$ sau $\lg x = -3$,

deci $x \in \left\{10, 100, \frac{1}{1000}\right\}$ 2p

c) Impunem condițiile $x > 0$, $x^2 + 13 \cdot x > 0$, $x + 1 > 0$, $13 \cdot x - 6 > 0$, deci $x \in \left(\frac{6}{13}, +\infty\right)$.

Se obține că $\lg x(x^2 + 13x) = \lg(x+1)(13x-6) \Leftrightarrow x^3 + 13x^2 = 13x^2 + 7x - 6 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x^3 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3, 1, 2\}$. Convin doar soluțiile $x \in \{1, 2\}$ 2p

2.

Avem că $(x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = 0$, deci $x = 1$ sau x este soluție a ecuației 2p

$x^7 + x^6 + \dots + x + 1 = 0$ 2p

Dacă $x = 1$, atunci $S = 2008$ 2p

În al doilea caz, formând în S grupe de câte opt termeni, obținem $S = 0$ 3p

3.

a) Se folosește inducția matematică 3p

b) Existența funcției bijective este posibilă dacă și numai dacă $2^n = n^2$. Conform a), această relație nu este posibilă pentru $n \geq 5$. Verificând numerele rămase, obținem $n \in \{2, 4\}$ 4p

4. Avem că $y = \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 2\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) =$

$= \sin 4\pi t \cos \frac{\pi}{2} + \cos 4\pi t \sin \frac{\pi}{2} + 2\left(\sin 4\pi t \cos \frac{\pi}{6} + \cos 4\pi t \sin \frac{\pi}{6}\right) = 2\cos 4\pi t + \sqrt{3}\sin 4\pi t$ 3p

Obținem că $y = \sqrt{7}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\cos 4\pi t + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\sin 4\pi t\right) = \sqrt{7}(\sin 4\pi t \cos \varphi + \cos 4\pi t \sin \varphi) =$

$= \sqrt{7}\sin(4\pi t + \varphi)$, cu $\varphi = \arcsin \frac{2}{\sqrt{7}}$, iar $A = \sqrt{7}$ 4p